دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و خمسة وأربعون دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الحادي عشر علمي للعام الدراسي : 2022/2021 م

القسم الأول – أسئلة المقال
(تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال)

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد حل المعادلة : $z^2 - 2z + 4 = 0$ في $\mathbb{C}$ (7 درجات)

الحل:

1	$a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = 4$
$\frac{1}{2}$	$\Delta = b^2 - 4ac$
	$= (-2)^2 - 4(1)(4)$
$\frac{1}{2}$	$= 4 - 16$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$= -12 = 12i^2$
1	$z = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
1	$= \dfrac{2 \pm 2\sqrt{3}\,i}{2}$
1	$= 1 \mp \sqrt{3}\,i$
1	$\therefore$ $1 + \sqrt{3}\,i \ , \ 1 - \sqrt{3}\,i$ حلان للمعادلة

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان : $\sin\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ (8 درجات)

فأوجد $\sin 2\theta$

الحل :

1 $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

1 $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

1 $= 1 - (\frac{-1}{\sqrt{2}})^2 = \frac{1}{2}$

1 $\because \pi < \theta < \frac{3\pi}{2} \rightarrow \cos\theta < 0$

1 $\therefore \cos\theta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

1 $\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

1 $= 2\,(\frac{-1}{\sqrt{2}})(\frac{-1}{\sqrt{2}})$

1 $= 1$

وزارة التربية الكنترول العلمي CONTROL

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) حوّل من الإحداثيات الديكارتية إلى الإحداثيات القطبية (r,θ): **(7 درجات)**

$$L\left(1,-\sqrt{3}\right)\ ,0\ \leq\ \theta\ <2\pi$$

الحل :

$r=\ \sqrt{(1)^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}\ =\ \sqrt{4}\ =2$	$1+1$
نفرض أن α زاوية الاسناد	
$\therefore\ \ tan\ \alpha=\left\lvert\frac{y}{x}\right\rvert\ =\left\lvert\frac{-\sqrt{3}}{1}\right\rvert\ =\sqrt{3}$	$1+1$
$\alpha\ =\ tan^{-1}\ \sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
$\alpha\ =\ \frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$
$\because\ \ x>0\ ,\ \ y<0$	
$\because$ L تنتمي إلى الربع الرابع	$\frac{1}{2}$
$\therefore\ \theta=2\pi-\alpha\ \ =2\ \pi-\frac{\pi}{3}\ \ =\ \frac{5\pi}{3}$	1
$\therefore$ الاحداثيات القطبية هي $L\left(2,\frac{5\pi}{3}\right)$	$\frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $\cos x = -\frac{1}{2}$ حيث $0 \leqslant x < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\cos \alpha = |\cos x| = \left|\frac{-1}{2}\right| = \frac{1}{2}$

1 $\therefore \quad \alpha = \frac{\pi}{3}$

1 $\because \cos x < 0$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\therefore$ x تقع في الربع الثاني أو الربع الثالث

عندما x تقع في الربع الثاني :

1 $x = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \in [0, 2\pi)$

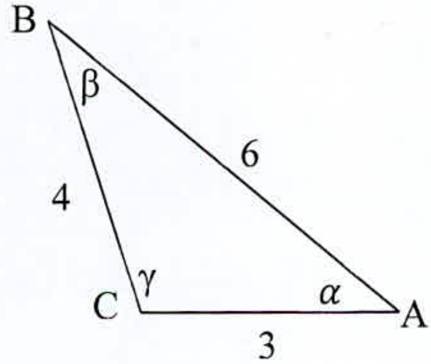
عندما x تقع في الربع الثالث :

1 $x = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} \in [0, 2\pi)$

1+1 ومنه يكون حل المعادلة هو $x = \frac{4\pi}{3}$ أو $x = \frac{2\pi}{3}$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث : $a = 4\ cm$, $b = 3\ cm$, $c = 6\ cm$ (6 درجات)



الحل :

$\frac{1}{2}$ $\cos\alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{9 + 36 - 16}{(2)\,(3)\,(6)}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{29}{36}$

$\frac{1}{2}$ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{29}{36}\right) \approx 36.3°$

$\frac{1}{2}$ $\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{16 + 36 - 9}{(2)(4)\,(6)}$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{43}{48}$

$\frac{1}{2}$ $\beta = \cos^{-1}\left(\frac{43}{48}\right) \approx 26.4°$

$\frac{1}{2}$ $\gamma = 180 - (\alpha + \beta)$

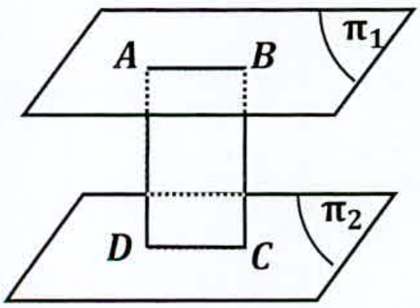
1 $\approx 180 - (36.3° + 26.4°)$

$\frac{1}{2}$ $= 117.3°$

تابع السؤال الثالث :

(b) في الشكل المقابل : $\pi_1 // \pi_2$ ، (9 درجات)

A, B نقطتان في π_1 ،
C, D نقطتان في π_2 حيث A, B, C, D في مستوى واحد
$\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{BC} \perp \pi_2$ ،
اثبت ان $ABCD$ مستطيل



الحل :

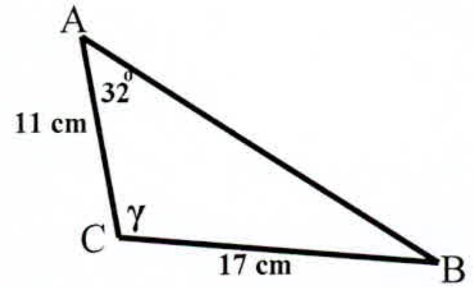
الحل	المبرر	الدرجة
$\because\ \overline{AD} \perp \pi_2 \quad , \overline{BC} \perp \pi_2$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore\ \overleftrightarrow{AD} \ // \ \overleftrightarrow{BC}$ ....(1)	(نظرية)	1
$\because$ $\pi_1 // \pi_2$ و A, B, C, D في مستوى واحد هو $(ABCD)$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\pi_1 \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{AB}\ , \pi_2 \cap (ABCD) = \overleftrightarrow{DC}$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore\ \overleftrightarrow{AB} \ // \ \overleftrightarrow{DC}$ ....(2)		1
من (1) و (2)		
$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع		1
لكن $\overline{AD} \perp \pi_2$ ، $\overline{DC} \subset \pi_2$		$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\therefore\ \overleftrightarrow{AD} \ \perp \ \overleftrightarrow{DC}$ (نظرية)		1
$\therefore$ الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع احدى زواياه قائمة		$\frac{1}{2}$
$\therefore$ الشكل $ABCD$ مستطيل		$\frac{1}{2}$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) في المثلث ABC :

إذا كان $\alpha = 32^{\circ}$ ، $b = 11$ cm ، $a = 17$ cm ، أوجد γ **(6 درجات)**

الحل :

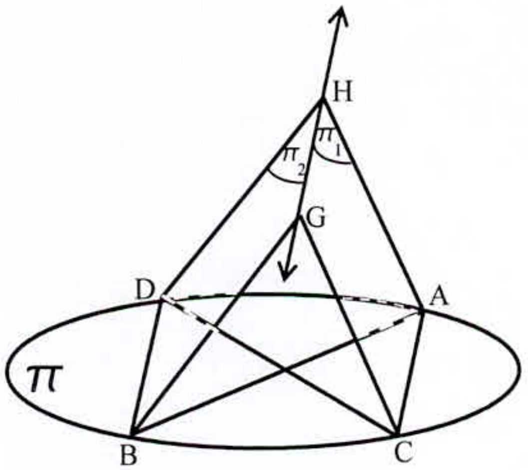


الدرجة	الحل
$\frac{1}{2}$	$\dfrac{\sin\alpha}{a} = \dfrac{\sin\beta}{b} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$
$\frac{1}{2}$	$\dfrac{\sin 32^{\circ}}{17} = \dfrac{\sin\beta}{11} = \dfrac{\sin\gamma}{c}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\sin\beta = \dfrac{11\sin 32^{\circ}}{17} \approx 0.34 > 0$
$\frac{1}{2}$	$\therefore \beta \approx 20.1^{\circ}$
	توجد زاويتان β تحققان $\sin\beta \approx 0.34$ و $0^{\circ} < \beta < 180$
$\frac{1}{2}$	$\beta_1 + \alpha \approx 20.1^{\circ} + 32^{\circ} = 52.1^{\circ} < 180^{\circ}$
$\frac{1}{2}$	أو $\beta_2 \approx 180^{\circ} - 20.1^{\circ}$
$\frac{1}{2}$	$= 159.9^{\circ}$
$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$	$\beta_2 + \alpha \approx 159.9^{\circ} + 32^{\circ} = 191.9^{\circ} > 180^{\circ}$ مرفوضه
$\frac{1}{2}$	$\therefore \gamma \approx 180^{\circ} - (32^{\circ} + 20.1^{\circ})$
$\frac{1}{2}$	$\approx 127.9^{\circ}$

تابع السؤال الرابع:

(b) في الشكل المقابل : $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π **(9 درجات)**

$\pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{GH}$ ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$



الحل :

$\because$ $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ قطران في مستوى الدائرة π — 1

$\therefore$ ينصف كل منهما الآخر و متطابقان — 1

$\therefore$ الشكل ACBD مستطيل — 1

$\therefore \quad \overline{AC} \parallel \overline{DB}$ .... (1) — 1

$\overline{AC} \subset \pi_1 \quad , \quad \overline{DB} \subset \pi_2$ — 1

$\pi_2 \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{GH}$ .... (2) — 1

من (1) ، (2) $\quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DB} \quad \therefore$ — 1

$\because \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \overleftrightarrow{AC} \quad , \quad \overleftrightarrow{AC} \subset \pi$ — 1

$\therefore \quad \overleftrightarrow{GH} \parallel \pi$ — 1

أي أن مستوى الدائرة π يوازي $\overleftrightarrow{GH}$

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة

ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد $3 + \sqrt{-4}$ هي $3 + 2i$

(2) $\cos x = 2\cos^2 \frac{x}{2} - 1$

(3) إذا كان $\overleftrightarrow{m} // \pi$, $\overleftrightarrow{l} // \pi$ فإن $\overleftrightarrow{l} // \overleftrightarrow{m}$.

ثانيا : في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) أبسط صورة للتعبير: $\left(3 + \sqrt{-4}\right)\left(4 + \sqrt{-9}\right)$ هي:

ⓐ $18 + 17i$

ⓑ $18 + 3\sqrt{-9} + 4\sqrt{-4}$

ⓒ $6 + 17i$

ⓓ 18

(5) $\forall n \in z^+$ فإن قيمة $(i^{2n+2} + i^{2n+8})$ تساوي:

ⓐ i^{-2n}

ⓑ -1

ⓒ 0

ⓓ 1

(6) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ تساوي:

ⓐ $\frac{1}{2}\sin x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$

ⓑ $\frac{1}{2}(\sin x + \cos x)$

ⓒ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x$

ⓓ $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x - \frac{1}{2}\cos x$

(7) إذا كان $sin\ x + cos\ x = 0$ فإن x تقع في الربع:

(a) الأول

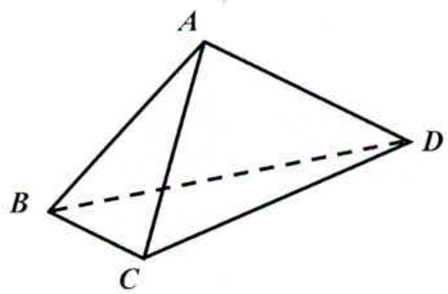
(b) الأول أو الثالث

(c) الثالث

(d) الثاني أو الرابع

---

(8) في الشكل المقابل: النقاط B , C , D تعين:



(a) مستويًا واحدًا

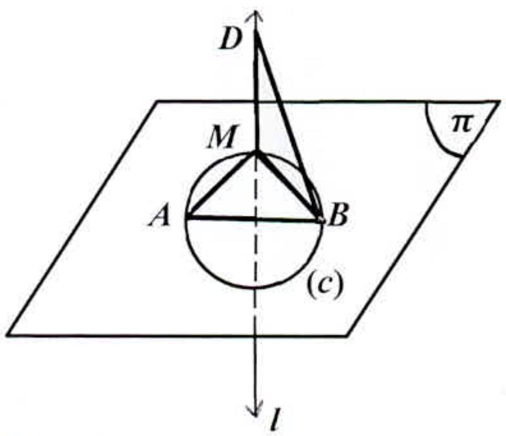
(b) مستويين مختلفين

(c) عدد لا منته من المستويات المختلفة

(d) لا يمكن أن تعين مستويًا

---

(9) في الشكل المقابل:



إذا كان $\overleftrightarrow{l} \perp (AMB)$ ، $\overline{AB}$ قطر في الدائرة (C) فإن:

(a) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BD}$

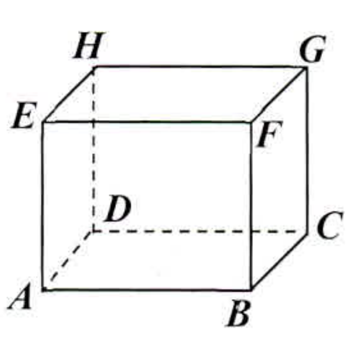
(b) $\overleftrightarrow{l} \perp (BMD)$

(c) $\overleftrightarrow{AM} \perp (BMD)$

(d) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{BM}$

---

(10) في المكعب $ABCDEFGH$ ، $\overleftrightarrow{BD} , \overleftrightarrow{EG}$ هما:



(a) متوازيان

(b) متقاطعان

(c) متخالفان

(d) يحويهما مستوٍ واحد

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	**ⓐ**	ⓑ		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(8)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(9)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(10)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

$\frac{\quad}{10}$

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL